FACULTAD DE CIENCIAS
SECCIÓN FÍSICAS
CURSO CERO

TÍTULO: ***Sistemas modelo: La polea.***

OBJETIVOS:

- Ilustrar la aplicación de las Leyes de Newton.
- Mostrar la sustitución de una ligadura por una fuerza de ligadura.

DESARROLLO CONCEPTUAL

CONCEPTOS GENERALES

Polea: Es un disco rígido, en general de masa despreciable, en torno al cual se arrolla media vuelta de un hilo, inextensible y sin masa, del cual cuelgan objetos con masa o bien otras poleas. La polea puede estar fija o estar a su vez sometida a movimiento. En general se supone que la polea puede girar sin rozamiento respecto a su eje, o bien que el hilo puede deslizar sin rozamiento sobre la polea.

FORMULACIÓN SIMPLE DEL PROBLEMA

¿Cómo se estudia el movimiento de los objetos que cuelgan de una polea?
El esquema típico de la utilización de una polea puede ser el que se representa en la Figura 1.

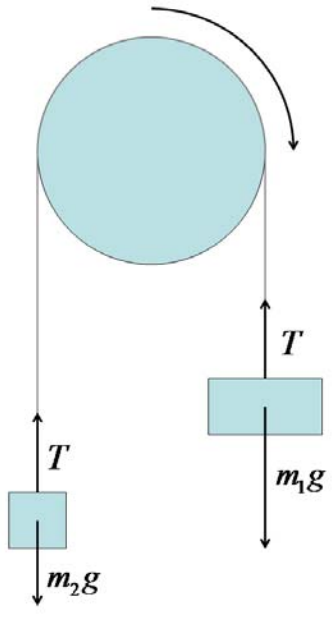

Figura 1.

En ella tenemos un sistema formado por una polea sobre la que se arrolla un hilo inextensible y sin masa, a cuyos extremos están unidos sendos bloques de masas m_1 y m_2.
Lo primero que hay que resaltar es que, al ser el hilo inextensible, el movimiento de los bloques está ligado en el sentido de que si uno se desplaza una cierta distancia hacia abajo, el otro está obligado a desplazarse la misma distancia hacia arriba simultáneamente, de manera que los desplazamientos, velocidades y aceleraciones que puedan producirse en los bloques son iguales en módulo y solamente difieren en el sentido.
La situación más general será aquélla en la que el sistema no estará equilibrado, por lo que va a aparecer un movimiento de los bloques con una cierta aceleración. Intentemos calcular esta aceleración planteando las ecuaciones de Newton para cada bloque. Para ello vamos a suponer inicialmente que el sentido del movimiento sea el indicado por la flecha situada sobre la polea y consideraremos positivas todas las fuerzas y/o aceleraciones que apuntan en el sentido del movimiento (en caso de que nos hayamos equivocado en la suposición inicial acerca del sentido del movimiento el valor de la aceleración nos saldrá negativo).
Sobre el bloque 1 actúan su peso y la tensión de la cuerda, de manera que la 2ª Ley de Newton nos permite escribir para este bloque:

$$m_1 g - T = m_1 a$$

Mientras que para el bloque 2 tenemos

$$T - m_2 g = m_2 a$$

De forma que obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (T y a). Para resolver el sistema primeramente despejamos la tensión en la primera ecuación, obteniendo:

$$T = m_1 g - m_1 a$$

Sustituyendo esta expresión en la segunda ecuación obtenemos una expresión intermedia que es:

$$(m_2 + m_1)a = (m_1 - m_2)g$$

De esta expresión se puede obtener directamente el valor de la aceleración pero, además, esta expresión nos permite hacer una interpretación física del movimiento del sistema. En efecto, esta expresión puede ser interpretada en el sentido de que el movimiento del sistema de la Figura 1 es equivalente al de un sistema en el que la fuerza activa es la diferencia entre los pesos de los bloques, lo cuál es lógico puesto que los pesos de los bloques "tiran" hacia lados distintos de la polea, y que tuviera una masa total igual a la suma de las masas de los dos bloques, lo cual también es lógico, puesto que los dos bloques tienen que tener la misma aceleración y, por lo tanto, la masa total que hay que acelerar es la suma de las masas de los dos bloques.
Finalmente, las expresiones de la aceleración y la tensión del hilo son:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_2 + m_1} g \; ; \quad T = \left(\frac{2 m_1 m_2}{m_2 + m_1} \right) g$$

Como se puede comprobar, a tiene dimensiones de aceleración y T de fuerza, y podemos ver que la aceleración es constante, es decir, el movimiento de caída es uniformemente acelerado.

¿Cómo se aplica el balance de energía en el movimiento del péndulo?
Vamos a aplicar el teorema de las fuerzas vivas a una situación como la de la Figura 1. Supongamos que en la posición inicial el bloque 1 se encuentra en reposo a una altura h sobre el suelo y queremos hallar la velocidad v del bloque cuando llega al suelo. El teorema de las fuerzas vivas se expresa, entonces,

$$W = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2 ,$$

puesto que la energía cinética es la total del sistema y la velocidad de los dos bloques tiene que ser la misma.
El cálculo del trabajo mecánico tiene que incluir a todas las fuerzas que actúan sobre el sistema. Este cálculo se simplifica nos damos cuenta de que el trabajo de la tensión que actúa sobre el bloque 1 tiene el mismo módulo pero distinto signo que el trabajo de la tensión que actúa sobre el bloque 2 puesto que en el bloque 2 la fuerza y el desplazamiento tienen el mismo sentido mientras que en el bloque 1 tienen sentidos contrarios.

Por lo tanto, las únicas contribuciones no nulas al trabajo mecánico son las que corresponden a los pesos de los dos bloques que, como sabemos, son fuerzas conservativas por lo que se puede sustituir su trabajo por las diferencias de energía potencial. En este caso, sin embargo, hay que considerar que cuando la energía potencial del bloque 1 disminuye, la del bloque 2 aumenta, de manera que en cierto sentido, el teorema de las fuerzas vivas viene a decir que la pérdida de energía potencial del bloque 1 se "gasta" en aumentar la energía potencial del bloque 2 y aumentar la energía cinética de los dos bloques. La expresión analítica será, pues

$$m_1 gh - m_2 gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2, \quad \text{de donde}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}}$$

Se puede comprobar que este valor coincide con el que se obtiene de aplicar las fórmulas de la cinemática del movimiento uniformemente acelerado para un móvil que se desplaza desde el reposo una distancia h con la aceleración a obtenida aplicando la 2ª Ley de Newton.

EJEMPLO

ENUNCIADO

Supongamos que la polea de la figura 1 está colgada de un techo a través de un soporte. ¿Cuál es la fuerza que ejerce la polea sobre el soporte?

RESOLUCIÓN

Según indica la tercera Ley de Newton, la fuerza que ejerce la polea sobre el soporte será igual y de sentido contrario a la que ejerce el soporte sobre la polea. Por lo tanto, bastará con calcular la fuerza que debe ejercer el soporte sobre la polea para que esta se mantenga quieta. Para ello basta hacer el diagrama de fuerzas incluyendo las que actúan sobre la polea tal como se ve en la figura 2.

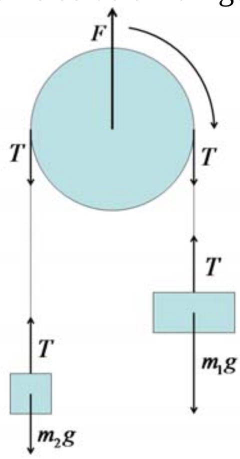

Figura 2.

En dicha figura, F es la fuerza que hace el soporte sobre la polea. Por lo tanto, las ecuaciones para el movimiento de los bloques serán las mismas que en el caso explicado anteriormente, y solamente hay que añadir el equilibrio de fuerzas sobre la polea, es decir

$$F - 2T = 0$$

De manera que despejando F y sustituyendo el valor de T encontrado anteriormente tenemos

$$F = 2T = \left(\frac{4m_1 m_2}{m_2 + m_1}\right) g$$

Por lo que la fuerza que la polea ejercerá sobre el soporte tendrá el mismo módulo que *F* pero sentido hacia abajo.

EJERCICIO DE AUTOCOMPROBACIÓN

ENUNCIADO

¿En el ejercicio anterior, cuáles son los valores de la aceleración, la tensión del hilo y la fuerza sobre el soporte de la polea si $m_2 = m_1$?

RESULTADO

$a = 0$.

$T = m_1 g$.

$F = 2m_1 g$.

REFERENCIAS:

- P. A. Tipler y G. Mosca, Física para la Ciencia y la Tecnología, 5ª Edición, Editorial Reverté, 2005.

AUTOR:

- Miguel Ángel Rubio Álvarez