FACULTAD DE CIENCIAS
SECCIÓN FÍSICAS
CURSO CERO

TÍTULO: ***Sistemas de referencia y Leyes de Newton.***

OBJETIVOS:

- Introducir/recordar el concepto de sistema inercial y la equivalencia de las leyes de la Física en todos los sistemas inerciales.
- Recordar las leyes de Newton.
- Ilustrar la construcción de los diagramas de fuerzas.
- Introducir los diferentes tipos de fuerzas, en particular, las de contacto.

DESARROLLO CONCEPTUAL

CONCEPTOS GENERALES

Se denomina **sistema de referencia** al conjunto formado por un sistema de ejes de coordenadas y una escala de tiempo. Estos son los ingredientes que necesita especificar un observador cuando quiere comparar los resultados de un experimento con los de otro observador.
Los sistemas de referencia que están en reposo o se mueven con velocidad constante se denominan **sistemas inerciales**. Las leyes de la Física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales.
La Dinámica es la parte de la Mecánica que estudia la relación entre las fuerzas que actúan sobre los cuerpos y los movimientos que resultan de su acción. Esta relación se establece a través de las Leyes de Newton:

Primera ley de Newton: Ley de Inercia.- Si sobre un objeto no actúa ninguna fuerza el objeto estará en reposo o bien se moverá con velocidad constante.

Segunda ley de Newton: Relación entre Fuerza y movimiento.-
Enunciado de Euler: Si sobre un objeto de masa m actúa una serie de fuerzas exteriores cuya resultante neta es $\vec{F}$ y la aceleración del objeto es $\vec{a}$, se cumple

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Enunciado "moderno": Si sobre un objeto de masa m actúa una serie de fuerzas exteriores cuya resultante neta es $\vec{F}$, la variación de la cantidad de movimiento del objeto cumple

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Tercera ley de Newton: Principio de acción y reacción.- Si un objeto A ejerce una fuerza $\vec{F}_{AB}$ sobre un objeto B, el objeto B ejerce sobre A una fuerza $\vec{F}_{BA}$ igual en módulo y dirección pero de sentido contrario, es decir

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

FORMULACIÓN SIMPLE DEL PROBLEMA

Sistemas inerciales e invariancia de las leyes de la Física.
Uno de los postulados de que parte la Física es que las leyes de la naturaleza deben ser las mismas (o bien, funcionan de la misma manera) en cualquier punto del universo. El concepto "son las mismas" se comprende aproximadamente desde un punto de vista cualitativo pero es demasiado vago, por lo que es necesario darle un contenido más preciso. Un primer intento nos puede llevar a formularlo de la siguiente manera: Las leyes de la Física son las mismas en dos puntos distintos del universo si dos observadores colocados en dichos puntos realizan el mismo experimento y obtienen los mismos resultados. Esta formulación es más precisa, pero aún no lo suficiente como prueba el siguiente ejemplo.

Supongamos que tenemos un observador (que denominaremos 1) en el andén de una estación de tren y otro observador (que denominaremos 2) dentro de un tren. En el vagón en que va el observador 2 se encuentra una mesa y sobre la mesa un bloque que puede deslizar sin rozamiento sobre la mesa. Los dos observadores observan el movimiento del bloque en los momentos en que el tren arranca. El tren acelera y el observador 2 se desplaza con el mismo movimiento acelerado, de aceleración a, que el tren. ¿Cómo ve cada observador el movimiento del bloque? Al no haber rozamiento entre el bloque y la mesa, el bloque es como si estuviera suspendido en el aire y la aceleración del tren no se transmite al bloque. Por lo tanto, el bloque no se mueve para el observador que está en el andén, mientras que el bloque se mueve con aceleración $-a$ para el observador que está en el tren. Esto nos indica que el estado de movimiento del observador también tiene que estar incluido en la definición de igualdad de las leyes físicas. Por lo tanto, la frase anterior se tiene que modificar, quedando de la siguiente forma: Las leyes de la Física son las mismas en dos puntos distintos del universo si dos observadores colocados en dichos puntos *que se encuentran en el mismo estado de movimiento* realizan el mismo experimento y obtienen los mismos resultados.

Aún se puede precisar un poco más lo que significa *estado de movimiento* en la frase anterior. En efecto, supongamos que el experimento del tren no lo hacemos en la estación de partida, sino que lo hacemos en un apeadero intermedio en el cual el tren no para sino que pasa por el apeadero a velocidad constante v. Es decir el observador 1 está en el apeadero, el observador 2 en el tren, que pasa por el apeadero con velocidad constante v, y en ese momento se libera le bloque sobre la mesa sin rozamiento. Como el bloque se desplaza con la misma velocidad que el tren, para el observador 2 se mantiene en su sitio, mientras que para el observador 1 se mueve con velocidad constante v. La diferencia sutil entre las dos situaciones descritas es, que en el primer experimento, el observador 1 puede detectar que él mismo está quieto y que lo que se mueve con aceleración es el tren, puesto que ve que él y la bola se mueven igual sin que haya interacción entre ambos, lo cuál no es probable, mientras que en el experimento del apeadero el observador 1 no tiene manera de saber si el tren y la bola se mueven con velocidad v o él mismo se mueve con velocidad $-v$. De manera que en el experimento del apeadero es donde realmente los dos observadores están viendo "la misma Física" puesto que no pueden distinguir cuál de los dos se está moviendo. Por lo tanto, podemos refinar otra vez la frase diciendo: "Las leyes de la Física son las mismas para todos los observadores que se encuentran en reposo o se mueven con velocidad constante".

El concepto "observador" se puede formalizar de manera más matemática. Lo que tiene que hacer un observador para hacer experimentos de mecánica y poderlos comparar con los de otro es especificar cuál es el sistema de ejes de coordenadas que ha usado para dar las posiciones de los objetos del experimento y cuál es su escala de tiempo. Es decir, se puede sustituir el concepto observador por el sistema de ejes de coordenadas y la escala de tiempo.

Al conjunto formado por un sistema de ejes de coordenadas y una escala de tiempo se le denomina **Sistema de referencia** y los sistemas de referencia que están en reposo o se mueven con velocidad constante se denominan **sistemas inerciales**. De forma que la frase del principio finalmente queda: "**Las leyes de la Física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales**".

Comentarios sobre los enunciados de las leyes de Newton.
La primera ley viene a decir que si no hay fuerza no hay aceleración o variación de la cantidad de movimiento. El enunciado se puede reformular de la forma "si sobre un objeto no actúa ninguna fuerza el objeto mantendrá su estado de movimiento previo (reposo o movimiento uniforme)". Es decir, a menos que se ejerza alguna fuerza sobre ellos los objetos tienen "inercia" a seguir moviéndose de la misma manera en que lo estaban haciendo con anterioridad.

La segunda ley de Newton se suele enunciar en textos elementales en los términos que hemos denominado "enunciado de Euler": la aceleración de una partícula es igual a la suma de las fuerzas que actúan sobre ella dividida por su masa. Esta es una forma incompleta de expresar la segunda ley de Newton, puesto que describe bien la dinámica de los sistemas de masa constante, pero no se puede extender al caso de los sistemas en los que la masa varía con el tiempo (por ejemplo, cualquier sistema que se desplaza por medio de un motor que expulsa gases a alta velocidad). Para incluir este tipo de sistemas es necesario utilizar el "enunciado moderno": La suma de las fuerzas que se ejercen sobre un objeto es igual a la variación temporal (derivada respecto al tiempo) de la cantidad de movimiento del objeto. Es decir, si sobre un objeto actúa un conjunto de fuerzas que dan una resultante $\vec{F}$, tendremos

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

¿Qué diferencia existe entre esta expresión y la más elemental $\vec{F} = m\vec{a}$? Desarrollemos la derivada temporal; dado que, en general tanto la masa como el vector velocidad pueden ser dependientes del tiempo, tenemos que calcular la derivada de un producto de funciones, de manera que se obtiene

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a}$$

Es decir en la expresión más conocida falta tener en cuenta la contribución de la posible variación de la masa del sistema con el tiempo. Sin embargo, para sistemas de masa constante, la derivada temporal de la masa es nula y se recupera la expresión $\vec{F} = m\vec{a}$.

Con respecto a la tercera ley de Newton es importante comprender que la acción y la reacción actúan sobre cuerpos distintos, no sobre el mismo. Por ejemplo, en el célebre problema del caballo que tira de un carro, la acción y la reacción no actúan las dos sobre el carro y el caballo a la vez, sino que, si llamamos acción a la fuerza que ejerce el caballo sobre el carro al tirar de él, la reacción será la fuerza que ejerce el carro sobre el caballo dificultando su movimiento. Lo que nos asegura la tercera ley de Newton es que esas dos fuerzas solamente difieren en sus sentidos respectivos, que son opuestos.

Ello nos lleva a que cuando tengamos que hacer los diagramas de fuerzas para un problema en el que hay dos cuerpos en contacto, tendremos que incluir dos fuerzas que cumplan el principio de acción y reacción. Es decir, entre las fuerzas que actúan sobre el cuerpo A tendremos que incluir una fuerza que será la "acción" ejercida por B, mientras que en el diagrama de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo B tendremos que incluir una "reacción" ejercida por el cuerpo A y que será igual y de sentido contrario a la acción ejercida por B sobre A.

Fuerzas de volumen y de contacto

Las expresiones de la segunda ley de Newton no sirven de gran cosa si no somos capaces de especificar lo que hay en uno de los lados del igual, puesto que solamente así conseguiremos relacionar fuerzas y movimiento. El problema directo es: si sabemos expresar las fuerzas que actúan sobre un objeto podemos, en principio calcular su movimiento (velocidad y trayectoria). Para ello es necesario discutir un poco más sobre las fuerzas.

Se pueden distinguir dos tipos principales de fuerzas: fuerzas de volumen y fuerzas de contacto. Las **fuerzas de volumen** son aquellas que actúan sobre todo el volumen del objeto considerado y no a través de un contacto con la superficie del objeto. En general implican la existencia de una acción a distancia a través de un "campo de fuerzas" y los ejemplos más claros son la fuerza de gravedad y la fuerza electrostática de Coulomb. En el caso de la gravedad, la existencia de una masa crea un campo gravitatorio que genera una fuerza atractiva sobre cualquier otro objeto con masa. Para objetos situados sobre la superficie terrestre, la fuerza gravitatoria es el peso, que es igual a la masa del objeto multiplicada por la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, es decir $P = mg$, donde $g = 9{,}8$ m/s^2.

Las **fuerzas de contacto**, como indica su nombre, actúan a través de un contacto mecánico entre la superficie del objeto considerado y algún otro objeto. Estas fuerzas cumplen la tercera ley de Newton (acción y reacción). La existencia del contacto impone restricciones al movimiento de los objetos que se denominan ligaduras. El estudio de la restricción impuesta al movimiento permite conocer la dirección de la fuerza de reacción por parte del objeto que impone la ligadura: La fuerza de reacción tiene siempre la misma dirección que la componente del movimiento que restringe. Además, el módulo de la fuerza de reacción es el necesario para compensar la acción del objeto considerado. En la figura 1 puede verse la aplicación de este concepto a dos casos simples.

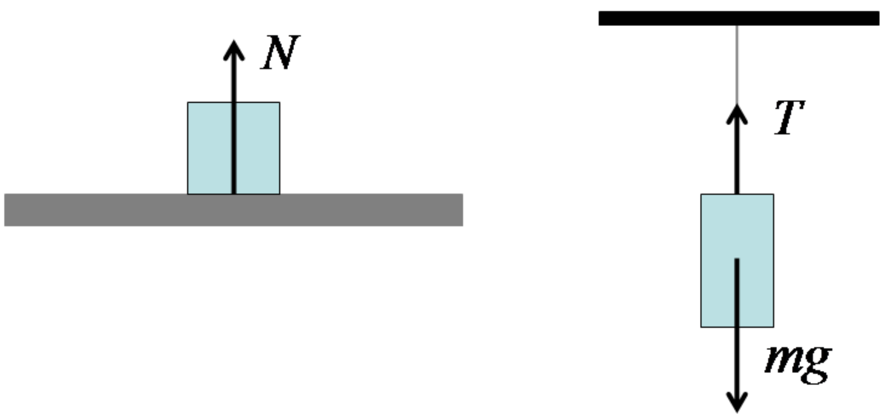

Figura 1.

En la figura de la izquierda, un bloque de masa m se apoya sobre una mesa rígida. El bloque ejerce una fuerza sobre la mesa y ésta sobre el bloque, ¿qué dirección tiene la fuerza de reacción de la mesa? La de la vertical, puesto que la mesa impide el movimiento del bloque en la dirección vertical hacia abajo. De manera que la mesa ejerce sobre el bloque la fuerza $\vec{N}$ que se aprecia en la figura. Por su parte, debido al principio de acción y reacción el bloque ejercerá sobre la mesa otra fuerza igual en módulo y dirección a $\vec{N}$ pero de sentido contrario.

En el caso de la figura de la izquierda, el bloque de masa m cuelga de un hilo inextensible y sin masa que por su extremo superior pende del techo. En este caso la fuerza que ejerce el hilo sobre el bloque es también vertical pero con sentido hacia arriba puesto que el movimiento que impide es la caída vertical del bloque.

Por su parte, el bloque ejercerá una fuerza igual y de sentido contrario sobre el hilo. Este mismo análisis se puede aplicar a las fuerzas entre el hilo y el techo: el techo ejercerá una fuerza vertical y hacia arriba sobre el hilo, dado que el movimiento que impide es que el hilo caiga, mientras que el hilo ejercerá una fuerza igual y de sentido contrario, esto es vertical hacia abajo, sobre el techo.

Un caso especial de fuerza de contacto es la de rozamiento. Esta fuerza tiene dirección contenida en el plano en el que se verifica el contacto y, por tanto, la fricción. Su módulo es proporcional a la reacción normal sobre el objeto en la superficie de contacto, con un coeficiente de proporcionalidad μ, denominado coeficiente de rozamiento, es decir $\left|\vec{F}_r\right| = -\mu N$. Finalmente, su sentido es siempre contrario al del desplazamiento del punto del objeto móvil que está en contacto con el objeto fijo.

EJEMPLO

ENUNCIADO

Considérese el sistema de la figura 2, formado por dos bloques de masas m_1 y m_2, respectivamente, que están unidos por un hilo inextensible y sin masa. El bloque 1 está apoyado en una mesa rígida sobre la que existe un rozamiento de coeficiente μ. El hilo pasa por una polea sin masa que puede girar sin rozamiento y del extremo del hilo cuelga el bloque 2. Dibujar el esquema de fuerzas del sistema y escribir las ecuaciones de Newton que regulan su movimiento.

RESOLUCIÓN

Empecemos por analizar el bloque de masa m_2, puesto que, al tener un solo punto de contacto con algún otro elemento del problema, es más sencillo de tratar. La primera fuerza que tiene que estar actuando es su propio peso, que será una fuerza vertical, con sentido hacia abajo y módulo $m_2 g$. Por otro lado, el bloque 2 tiene un contacto en su parte superior con el hilo inextensible que lo une con el bloque 1. Es evidente que el propio peso del bloque 2 mantiene el hilo tenso, de manera que el hilo actuará sobre el bloque por medio de una tensión con dirección coincidente con el propio hilo (vertical) sentido hacia arriba y módulo el necesario para mantener el hilo tenso y que no se rompa.

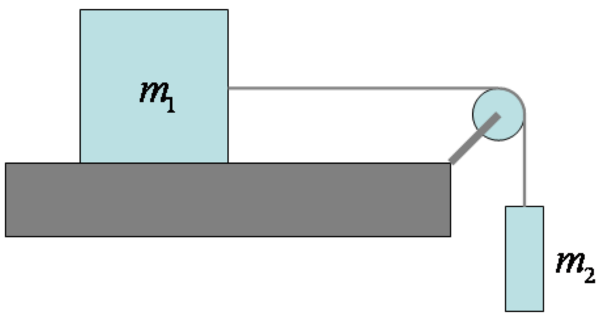

Figura 2.

Por lo que se refiere al bloque 1, tendremos, evidentemente, otra tensión del hilo, que, como en el caso anterior, tendrá también la misma dirección que el hilo (en este caso horizontal), sentido hacia la derecha, pues tira del bloque en ese sentido, y magnitud la misma de la tensión que se ejerce sobre el bloque 2. Aparte de esta tensión, el bloque 1 estará sometido, evidentemente, a su propio peso, con dirección vertical, sentido hacia abajo y módulo $m_1 g$.

Además, el bloque 1 tiene una superficie de contacto con la mesa. Como el bloque "pesa", debido a ese peso ejercerá una fuerza sobre la mesa y, por el principio de acción y reacción la mesa ejercerá una reacción sobre el bloque con igual dirección y módulo y sentido contrario. ¿Cuál es la dirección de la reacción que hace la mesa sobre el bloque? Como hemos visto más arriba, la dirección de la reacción es la del movimiento que impide. En este caso la mesa lo que impide es que el bloque penetre en la dirección vertical, de manera que la reacción de la mesa sobre el bloque N tiene que tener dirección vertical y sentido hacia arriba. Su módulo será el necesario para equilibrar la componente vertical de la resultante de todas las fuerzas que se ejerzan sobre el bloque.
Finalmente, nos dicen que existe una fricción entre el bloque 1 y la mesa. Por lo tanto, tendremos que incluir una fuerza de rozamiento. Como sabemos, la fuerza de rozamiento es una fuerza cuya dirección está contenida en el plano en que se producen el contacto y la fricción, su sentido se opone al movimiento y su módulo es igual a la reacción normal en la superficie de contacto donde se produce la fricción multiplicada por el coeficiente de rozamiento. Por lo tanto, la fuerza de rozamiento F_r será horizontal y tendrá como módulo μN, pero ¿cuál es su sentido? Lo que se hace para contestar esta pregunta es asignar un supuesto sentido de movimiento al sistema y entonces asignaremos a la fuerza de rozamiento el sentido contrario. En el caso de este problema es evidente que solamente se puede desplazar en el sentido de que el bloque 2 caiga y el bloque 1 vaya hacia la derecha. Por lo tanto, asignaremos a la fuerza de rozamiento sentido hacia la izquierda. El diagrama de fuerzas resultante se muestra en la figura 3.
Para escribir las ecuaciones de Newton convendremos en que tienen signo positivo todas las fuerzas que van en el sentido que le hemos supuesto al movimiento y tienen signo negativo las que van en sentido contrario. También es necesario examinar si las aceleraciones de los distintos objetos que intervienen son iguales o no.
En este caso, dado que el hilo es inextensible y se mantiene tenso, la distancia a lo largo del hilo entre los dos bloques se mantiene constante, es decir, el desplazamiento del bloque 2 hacia abajo será siempre igual que el desplazamiento del bloque 1 hacia la derecha, de manera que sus velocidades y sus aceleraciones serán siempre iguales en módulo, aunque sean en distintos ejes (uno vertical y el otro horizontal).

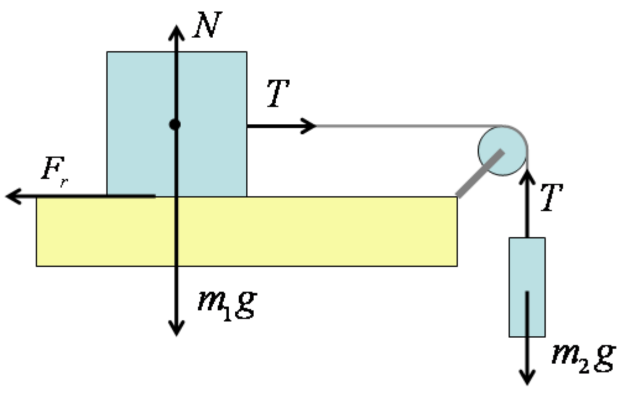

Figura 3.

Empezaremos, también por simplicidad, por escribir las ecuaciones del movimiento para el bloque 2. Como se ha visto, solamente actúan sobre él dos fuerzas, de manera que, si denominamos a a la aceleración del bloque 2 en su movimiento hacia abajo, tendremos

$$m_2 g - T = m_2 a$$

Para el bloque 1 las cosas son un poco más complicadas, puesto que sobre él actúan fuerzas tanto en la dirección horizontal como en la vertical. De manera que, recordando que fuerzas y aceleraciones son magnitudes vectoriales, hay que plantear la ecuación de Newton para cada componente. Si comenzamos por la componente vertical tendremos

$$N - m_1 g = 0$$

Puesto que el bloque 1 no se desplaza en la dirección vertical y, por lo tanto, la componente vertical de su aceleración tiene que ser nula. Es decir, en este caso la reacción normal del plano es $N = m_1 g$.

Vayamos ahora con la componente horizontal. Tendremos:

$$T - \mu N = m_1 a\,; \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad T - \mu m_1 g = m_1 a$$

De manera que tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (T y a). Es decir

$$m_2 g - T = m_2 a$$
$$T - \mu m_1 g = m_1 a$$

Para resolver el sistema se puede despejar T en la primera ecuación

$$T = m_2 g - m_2 a$$

y sustituir en la segunda, de forma que se obtiene

$$a = \frac{(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2} g$$

y, por tanto

$$T = \frac{m_1 m_2 + \mu m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(1 + \mu) g$$

Es importante comprender el significado físico de la fórmula de la aceleración en este caso. En efecto, formalmente la aceleración puede cambiar de signo y hacerse negativa si $m_2 < \mu m_1$. Sin embargo, esto no puede ser así, puesto que la única fuerza de las que actúan sobre el bloque 1 que parece dirigida hacia la izquierda es la de rozamiento que, por definición, no puede tener el mismo sentido que el movimiento. Es decir, la fórmula obtenida para la aceleración se debe interpretar como válida solamente si $a \geq 0$. El caso $a < 0$ no puede darse en realidad porque, dejando aparte la fuerza de rozamiento, no hay ninguna otra que impulse al bloque hacia la izquierda, y la de rozamiento solamente tiene sentido hacia la izquierda si el bloque se desplaza hacia la derecha, es decir, si $a \geq 0$.

EJERCICIO DE AUTOCOMPROBACIÓN

ENUNCIADO

El sistema de la figura 4 es análogo al de la figura 2 salvo que ahora el bloque 2 se apoya sobre un plano con un ángulo de inclinación α, sobre el que puede deslizar sin rozamiento (el bloque 1 sigue teniendo fricción con el plano horizontal). Dibujar el esquema de fuerzas del sistema, escribir las ecuaciones de Newton que regulan su movimiento y resolverlas.

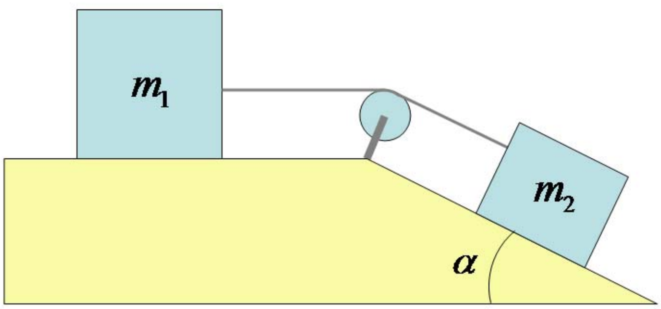

Figura 4

RESULTADO

Diagrama de fuerzas:

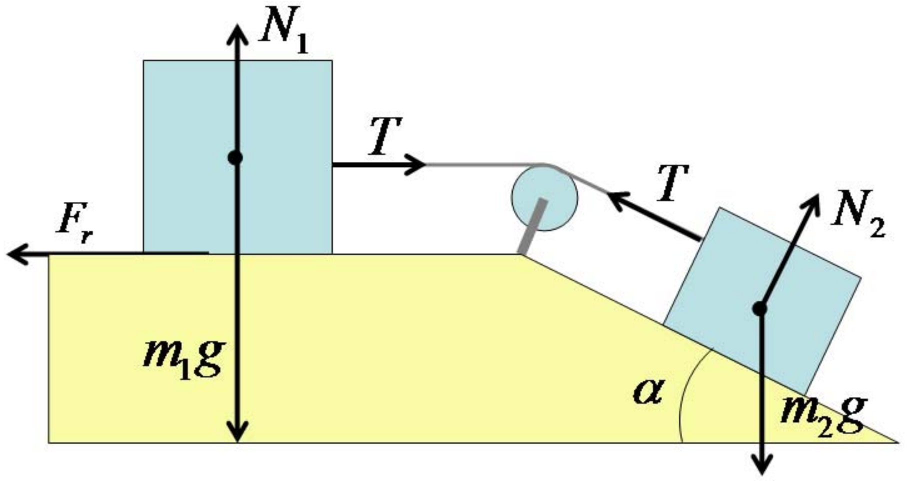

Figura 5.

Ecuaciones de Newton:

$$N_1 - m_1 g = 0$$
$$T - \mu m_1 g = m_1 a$$
$$N_2 - m_2 g \cos\alpha = 0$$
$$m_2 g \operatorname{sen}\alpha - T = m_2 a$$

Solución de las ecuaciones:

$$N_1 = m_1 g$$
$$N_2 = m_2 g \cos\alpha$$
$$a = \frac{\left(m_2 \operatorname{sen}\alpha - \mu m_1\right)}{m_1 + m_2} g$$
$$T = \frac{m_1 m_2 \operatorname{sen}\alpha + \mu m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(\operatorname{sen}\alpha + \mu\right) g$$

REFERENCIAS:

- P. A. Tipler y G. Mosca, Física para la Ciencia y la Tecnología, 5ª Edición, Editorial Reverté, 2005.

AUTOR:

- Miguel Ángel Rubio Álvarez